

Mathematik

Kandidatin / Kandidat

Name Vorname:

Klasse:

Hinweise

- Die Prüfung dauert 3 Stunden.
- Insgesamt können maximal 49.5 Punkte erreicht werden.
- Runden Sie die Resultate auf 3 Stellen nach dem Dezimalpunkt.
- Erlaubte Hilfsmittel: Taschenrechner (nicht programmierbar, ohne Lösungsprogramm)
FMS-Formelsammlung

Klassen / Examinatoren

Bewertung

| Aufgabe | Punkte (möglich) | Punkte (erreicht) |
|-------------------|------------------|-------------------|
| 1 | 5 | |
| 2 | 3.5 | |
| 3 | 4.5 | |
| 4 | 8.5 | |
| 5 | 4 | |
| 6 | 7 | |
| 7 | 6 | |
| 8 | 6 | |
| 9 | 5 | |
| Punktsumme | 49.5 | |

Benotung

$$Note = \left(\frac{Punktsumme \cdot 5}{45} + 1, \quad \text{gerundet auf halbe Noten} \right) \Rightarrow$$

Aufgabe 1 [5 Punkte]

Die Konditorei "Schleckmaul" hat zwei ganz spezielle Schokolade-Süssigkeiten im Angebot. Das eine ist eine Kugel namens "Glückskugel" und das andere ist ein Kreiskegel namens "Schokospitz".

Beide Süssigkeiten sind vollständig aus Schokolade. Die "Glückskugel" hat einen Durchmesser von 6cm und der "Schokospitz" hat eine Höhe von 10cm. Beide Schokolade-Süssigkeiten haben das gleiche Volumen.

- 1.1 Berechnen Sie das Volumen der "Glückskugel". [1 Punkt]
- 1.2 Berechnen Sie den Radius des Grundkreises des "Schokospitz". [2 Punkte]
- 1.3 Berechnen Sie die Oberfläche des "Schokospitz" (inklusive Boden). [2 Punkte]

Aufgabe 2 [3.5 Punkte]

Schatten des Burj Khalifa

Schatten des Karamna Tower



(Quelle: www.holidaycheck.ch/m/was-fuer-ein-langer-schatten / 17.11.2021)

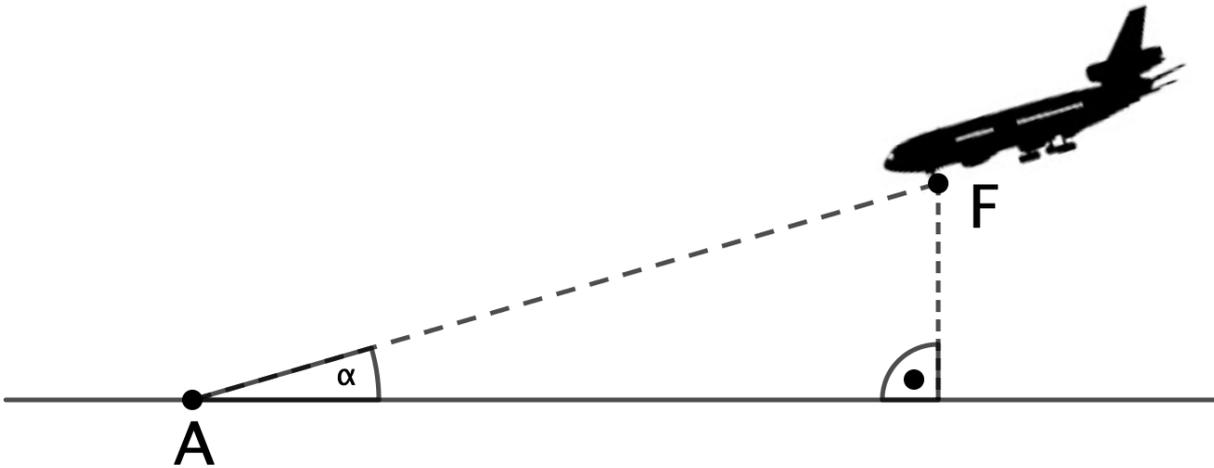
Der 828m hohe Burj Khalifa in Dubai wirft auf dem obigen Bild einen Schatten von 3.5km. Das Bild wurde aus dem Burj Khalifa aufgenommen.

Rechts davon sieht man den Karamna Tower mit seinem 1.3km langen Schatten.

2.1 Wie hoch ist der Karamna Tower? [2 Punkte]

2.2 Unter welchem Winkel α trafen die Sonnenstrahlen auf die Erde in Dubai auf, als das Foto gemacht wurde? [1.5 Punkte]

(Diesen Winkel nennt man Sonnenstand.)

Aufgabe 3 [4.5 Punkte]

Ein Flugzeug (F) fliegt mit einer konstanten Geschwindigkeit die Landebahn an. Die Flugrichtung bildet dabei mit der Horizontalen einen konstanten Winkel α .

Der Punkt wo das Flugzeug auf der Landebahn landet, ist der Aufsetzpunkt (A).

Nehmen Sie bei den Aufgaben 3.1 und 3.2 an, dass $\alpha = 3^\circ$ beträgt.

- 3.1 Berechnen Sie die Distanz (in km) zwischen dem Flugzeug (F) und dem Aufsetzpunkt (A), wenn das Flugzeug sich in einer Höhe von 1km befindet. [1.5 Punkte]
- 3.2 Berechnen Sie um wie viele Meter pro Minute das Flugzeug sinkt, wenn das Flugzeug eine Geschwindigkeit von 300km/h hat. [2 Punkte]
- 3.3 Um den Fluglärm zu mindern, werden die Flugzeuge in Zukunft in einem Winkel α grösser als 3° die Landebahn anfliegen. Das Flugzeug (F) sollte sich in einer Höhe von 1km befinden, wenn es 15km vom Aufsetzpunkt (A) entfernt ist. Wie gross müsste der Winkel α sein? [1 Punkt]

| |
|-------------------------------|
| Aufgabe 4 [8.5 Punkte] |
|-------------------------------|

Lösen Sie die nachfolgenden Gleichungen:

4.1 $2 \cdot x^2 + 7 \cdot x - 12 = 10 \cdot x + 23$ [2 Punkte]

4.2 $2 \cdot 5^{4x} = 5^x \cdot 17$ [2.5 Punkte]

4.3 $\log_7(5 \cdot x) = 3$ [1.5 Punkte]

4.4 $\sqrt{128 \cdot x} = 3 \cdot x + 8$ [2.5 Punkte]

| |
|-----------------------------|
| Aufgabe 5 [4 Punkte] |
|-----------------------------|

Gegeben sind die beiden folgenden Terme:

$$X = \frac{a^5 \cdot (b^7)^4 \cdot (c^3)^{-7}}{(d^8)^{-5} \cdot e^4 \cdot (f^6)^3} \quad \text{und} \quad Y = \frac{a^9 \cdot (b^3)^6 \cdot (c^{-3})^4}{(d^{-8})^{-3} \cdot (e^7)^{-2} \cdot (f^3)^6}$$

5.1 Vereinfachen Sie den Term X so, dass er die folgende Gestalt hat:

$$X = a^? \cdot b^? \cdot c^? \cdot d^? \cdot e^? \cdot f^?$$

Die Exponenten sollen dabei ganze Zahlen sein. [1.5 Punkte]

5.2 Vereinfachen Sie den Term Y so, dass er die folgende Gestalt hat:

$$Y = a^? \cdot b^? \cdot c^? \cdot d^? \cdot e^? \cdot f^?$$

Die Exponenten sollen dabei ganze Zahlen sein. [1.5 Punkte]

5.3 Berechnen Sie $\frac{X}{Y}$ und vereinfachen Sie das Resultat so, dass es die folgende Gestalt hat:

$$\frac{X}{Y} = a^? \cdot b^? \cdot c^? \cdot d^? \cdot e^? \cdot f^?$$

Die Exponenten sollen dabei ganze Zahlen sein. [1 Punkt]

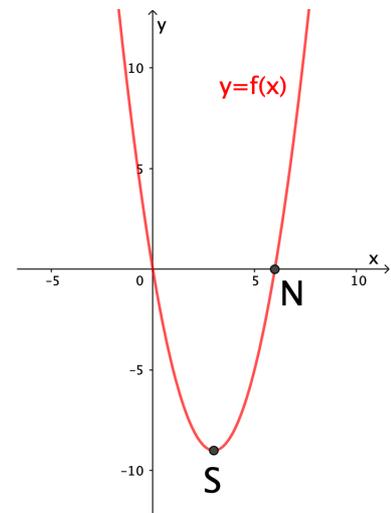
| |
|-----------------------------|
| Aufgabe 6 [7 Punkte] |
|-----------------------------|

Gegeben ist die Funktion $f(x) = x^2 - 6x$.

In nebenstehender Figur ist der Graph der Funktion f skizziert (rot).

Der Punkt N ist der Schnittpunkt des Graphen von f mit der positiven x -Achse.

Der Punkt S ist der Scheitelpunkt des Graphen von f .



6.1 Berechnen Sie die Koordinaten von S . [1 Punkt]
(Hinweis: Das Ablesen der Koordinaten aus der Zeichnung gilt nicht als Lösung!)

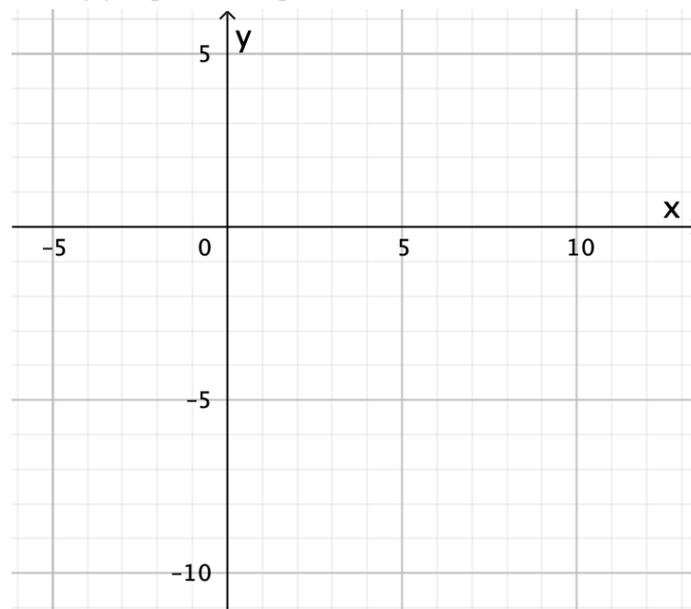
6.2 Berechnen Sie die Koordinaten von N . [1 Punkt]
(Hinweis: Das Ablesen der Koordinaten aus der Zeichnung gilt nicht als Lösung!)

Falls Sie 6.1 und/oder 6.2 nicht lösen konnten, verwenden Sie in den Teilaufgaben 6.3 und 6.4 die folgenden Ersatzpunkte:

- Für den obigen Scheitelpunkt S den Ersatzscheitelpunkt $S(5/-3)$.
- Für die obige Nullstelle N den Ersatzpunkt $N(7/3)$, der aber keine Nullstelle mehr ist.

6.3 Bestimmen Sie die Gleichung der Geraden g , die durch die Punkte S und N verläuft. [2 Punkte]

6.4 Der Graph der quadratischen Funktion h geht durch den Punkt S . Ausserdem ist gegeben, dass der Punkt N der Scheitelpunkt des Graphen der Funktion h ist. Skizzieren Sie den Graphen von h in untenstehendem Koordinatensystem und ermitteln Sie die Funktionsvorschrift von $h(x)$. [3 Punkte]



Aufgabe 7 [6 Punkte]

In einem Spielzeugkatalog sind 9 verschiedene Spielzeugautomodelle aufgeführt.

- 7.1 Wie viele Möglichkeiten gibt es, die 9 Spielzeugautomodelle im Katalog anzuordnen, wenn alle 9 Modelle untereinander auf einer Seite zu sehen sein sollen?
[1 Punkt]
- 7.2 Wie viele Möglichkeiten gibt es, die 9 Spielzeugautomodelle im Katalog anzuordnen, wenn jeweils 3 Modelle auf einer Seite stehen sollen, die Reihenfolge auf den Seiten jedoch keine Rolle spielt?
[2 Punkte]
- 7.3 4 Modelle bekommen einen Aktionspreis. Wie viele Möglichkeiten hat die Herstellerin, diese 4 Modelle auszuwählen?
[1 Punkt]
- 7.4 Die Herstellerin gibt einem Modell das Gold-Label, einem zweiten Modell das Silber-Label und einem dritten Modell das Bronze-Label. Wie viele Möglichkeiten hat sie, diese 3 Modelle zu wählen?
[1 Punkt]
- 7.5 Vera darf sich 4 Autos aussuchen. Wie viele Möglichkeiten hat sie, 4 Autos zu wählen, wenn es auch mehrere Autos vom gleichen Modell sein können?
[1 Punkt]

Aufgabe 8 [6 Punkte]

Bei einer asymmetrischen Münze beträgt die Wahrscheinlichkeit für einen Kopfwurf 40%. Die Wahrscheinlichkeit für einen Zahlwurf beträgt 60%.

Peter wirft diese Münze dreimal hintereinander.

- 8.1 Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit, dass Peter dreimal Zahl wirft.
[1 Punkt]
- 8.2 Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit für die Abfolge Zahl-Kopf-Zahl.
[1 Punkt]
- 8.3 Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit, dass Peter genau einmal Kopf wirft.
[1 Punkt]
- 8.4 Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit, dass Peter mindestens einmal Kopf wirft.
[1 Punkt]

Lea möchte die gleiche Münze so oft werfen, dass die Wahrscheinlichkeit für mindestens einen Zahlwurf mindestens 99.99% beträgt.

- 8.5 Wie oft muss Lea die Münze mindestens werfen?
[2 Punkte]

Aufgabe 9 [5 Punkte]

In einem Forschungslabor werden zwei Bakterienkulturen A und B untersucht.

Die Bakterienkultur A umfasst zu Beginn der Versuchsreihe am Sonntag, 1. Mai 2022 um 10:00 Uhr genau 2'000 Bakterien. Die Anzahl der Bakterien verdoppelt sich jeden Tag.

Die Bakterienkultur B umfasst zu Beginn der Versuchsreihe am Sonntag, 1. Mai 2022 um 10:00 Uhr genau 5'000 Bakterien. Die Anzahl der Bakterien nimmt jeden Tag um 50% zu.

9.1 Wie viele Bakterien umfasst die Bakterienkultur A am Freitag, 6. Mai 2022 um 10:00 Uhr?
[1 Punkt]

9.2 Wann hat sich die Anzahl der Bakterien in der Bakterienkultur B ver Hundertfacht?
Geben Sie das Datum und die Uhrzeit an.
[1.5 Punkte]

9.3 Wann umfassen beide Bakterienkulturen gleich viele Bakterien?
Geben Sie das Datum und die Uhrzeit an.
[2.5 Punkte]