

Name **Kandidatin/Kandidat:** **Klasse:**

- Prüfungsdauer: 13:15 Uhr – 16:15 Uhr (3 Stunden)
- Achten Sie auf einen klaren, vollständigen und nachvollziehbaren Lösungsweg.
- Runden Sie die Resultate sinnvoll.
- Erlaubte Hilfsmittel: Taschenrechner (nicht programmierbar) und FMS-Formelsammlung.
- Maximale Punktzahl: 45
- $\text{Note} = \frac{\text{Punktsomme} \cdot 5}{43} + 1$ (auf halbe Noten gerundet)

Aufgabe	1	2	3	4	5	6	Total
Erreichte Punkte							
Mögliche Punkte	6	6	8.5	8	8.5	8	45

Aufgabe 1. Wachstum & Zerfall**(6 Punkte)**

Die Geschwister Ines und Caro haben beide am 1. Januar Geburtstag.

Ines wurde am 1. Januar 2000 geboren und ist heute 25 Jahre alt.

Caro wurde am 1. Januar 2002 geboren und ist heute 23 Jahre alt.

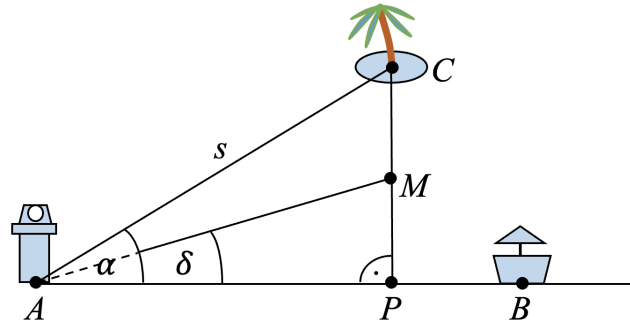
- Ines hat bei ihrer Geburt 10'000 CHF geschenkt bekommen. Dieser Betrag wurde bei einer jährlichen Rendite von 2.3% auf einem Sparkonto angelegt. Wie gross war das Kapital am 1. Januar 2025? [1 P.]
- Am wievielten Geburtstag von Ines wird der Wert des angelegten Kapitals erstmals mehr als 20'000 CHF betragen? [1.5 P.]
- Auch Caro hat bei ihrer Geburt 10'000 CHF geschenkt bekommen. Dieser Betrag wurde bei einer anderen jährlichen Rendite auf einem Sparkonto angelegt. In den ersten zehn Jahren nach der Geburt von Caro war das Kapital auf 12'000 CHF angewachsen. Berechnen Sie die jährliche Rendite. [2 P.]
- Ines und Caro beabsichtigen zusammen eine Firma zu gründen, wenn Ines 35 Jahre alt ist. Für die Firmengründung benötigen Ines und Caro zusammen 40'000 CHF. Wird das Geld aus den beiden Sparkonten ausreichen, um die Firma am 1. Januar 2035 gründen zu können? Begründen Sie Ihre Antwort rechnerisch. [1.5 P.]

Aufgabe 2. Trigonometrie

(6 Punkte)

In der untenstehenden Abbildung sehen Sie eine Skizze einer geografischen Karte. Im Punkt A befindet sich ein Leuchtturm. Punkt C liegt auf einer kleinen Insel.

Es gilt $s = \overline{AC} = 2.5$ km und $\alpha = \angle PAC = 35^\circ$.



- a) In welcher Entfernung zum Punkt P befindet sich der Leuchtturm? [1.5 P.]
- b) M bezeichnet den Mittelpunkt der Strecke PC .
Berechnen Sie den Winkel $\delta = \angle PAM$. [2.5 P.]
- c) Im Punkt B ankert ein Segelboot.
Berechnen Sie die Länge der Strecke PB , wenn $\gamma = \angle ACB = 90^\circ$ ist. [2 P.]

Aufgabe 3. Kurzaufgaben

(8.5 Punkte)

Die nachfolgenden Aufgaben sind unabhängig von einander.

a) Lösen Sie die folgende Gleichung nach x auf: $2x^2 + 22x = -36$. [2 P.]

b) Lösen Sie die folgende Gleichung nach x auf: $4^{x-1} = 64$. [1 P.]

c) Vereinfachen Sie den folgenden Term so weit als möglich: $\frac{x^5 \cdot \sqrt{x}}{x^{\frac{3}{2}}}$.
Schreiben Sie das Resultat als eine einzige Potenz. [1.5 P.]

d) Andrea und Beat haben in einer Prüfung unterschiedlich viele Punkte erreicht. Andrea hat drei Punkte mehr als Beat erreicht. Andrea hat 1.2-mal so viele Punkte wie Beat erreicht.

Berechnen Sie die erreichte Anzahl Punkte von Andrea. [2 P.]

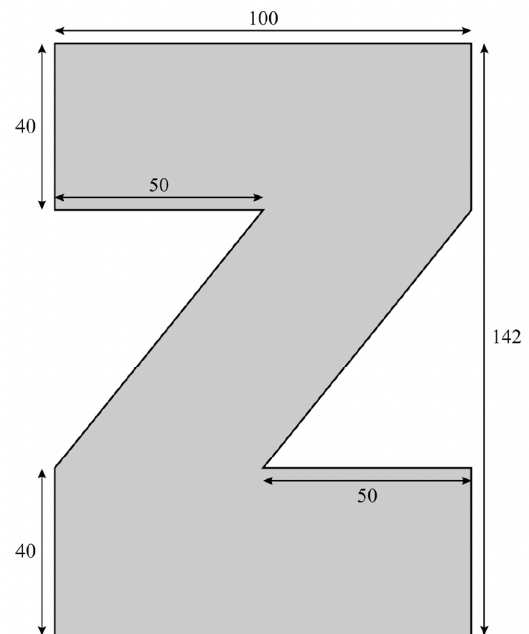
e) Ein geometrischer Körper mit einer Oberfläche von 60 cm^2 und einem Volumen von 800 cm^3 wird mit dem Streckungsfaktor $k = 7$ vergrößert.

Wie gross sind die Oberfläche und das Volumen des vergrößerten Körpers? Geben Sie Ihre Ergebnisse in dm^2 resp. dm^3 an. [2 P.]

Aufgabe 4. Stereometrie

(8 Punkte)

- a) Die Skulptur *Von A bis Z* des Niederländischen Künstlers Marinus Boezem aus dem Jahr 2007 befindet sich auf einem Platz in Haarlem. Das Kunstwerk besteht aus zwei massiven Buchstaben aus Marmor: A und Z.

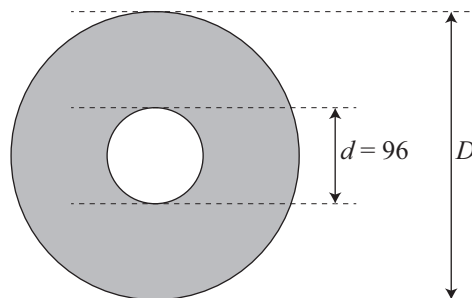


Der Buchstabe Z entspricht einem Prisma der Höhe 40 cm.

Die rechte Figur zeigt den Grundriss dieses Buchstabens, inklusive einiger Längen in cm.

- a1) Berechnen Sie das Volumen des Buchstabens Z. [2 P.]
- a2) Berechnen Sie die Masse in kg des Buchstabens Z, wenn die Dichte des Marmors 2.7 g/cm^3 beträgt. [1 P.]

- b) Die Skulptur *OY/YO* der Amerikanischen Künstlerin Deborah Kass aus dem Jahr 2015 befand sich ursprünglich im Brooklyn Bridge Park, ist heute allerdings ein Teil der Dauerausstellung im Brooklyn Museum. Das Kunstwerk besteht aus zwei Buchstaben aus Kunststoff: O und Y.



Der Buchstabe O hat die Form eines Zylinders, aus dem ein kleinerer Zylinder mit dem Durchmesser $d = 96$ cm herausgebohrt wurde. Die Tiefe des Buchstabens O (entsprechend die Höhe des Zylinders) ist 100 cm. Das Volumen des herausgebohrten Zylinders ist achtmal so klein wie das Volumen des Buchstabens O. Die rechte Figur zeigt den Seitenriss des Buchstabens O.

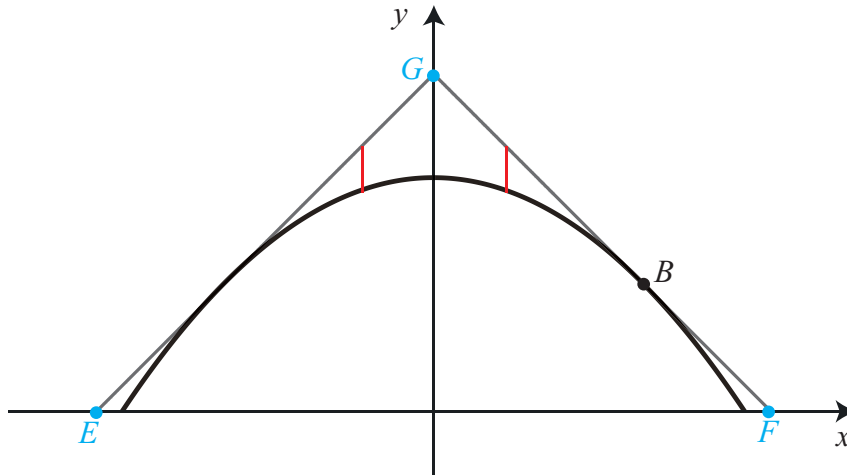
- b1)** Berechnen Sie den Durchmesser D des grossen Zylinders. [3 P.]
- b2)** Die beiden Buchstaben O und Y wurden mit gelber Farbe gestrichen. Mit einem Liter Farbe können 6 m^2 gestrichen werden. Berechnen Sie, wie viele Liter gelber Farbe benötigt wurden, um den Buchstaben O vollständig zu streichen. (Falls Sie Aufgabe **b1** nicht lösen konnten, rechnen Sie mit $D = 290$ cm.) [2 P.]

Aufgabe 5. Funktionen

(8.5 Punkte)

Ein Stahlbogen hat die Form einer Parabel.

Diese Form wird beschrieben durch die Funktion $f(x) = -\frac{1}{8}x^2 + \frac{9}{2}$.



a) Berechnen Sie die Nullstellen der Funktion f . [1.5 P.]

b) Wie lauten die Koordinaten des Scheitelpunktes der Parabel? [1 P.]

Über dem Stahlbogen werden zwei gerade Stahlstangen angebracht. Die linke Stange hat die Endpunkte $E(-6.5 \mid 0)$ und $G(0 \mid 6.5)$, die rechte Stange hat die Endpunkte $F(6.5 \mid 0)$ und $G(0 \mid 6.5)$.

c) Bestimmen Sie die Funktionsvorschrift der Geraden durch F und G . [1 P.]

d) Parallel zur y -Achse soll im Abstand 1.5 links und rechts von der y -Achse ein Stahlstück zur Stabilität befestigt werden. In der Abbildung sind diese beiden Stahlstücke rot eingezeichnet. Berechnen Sie die Länge eines dieser roten Stahlstücke. [1.5 P.]

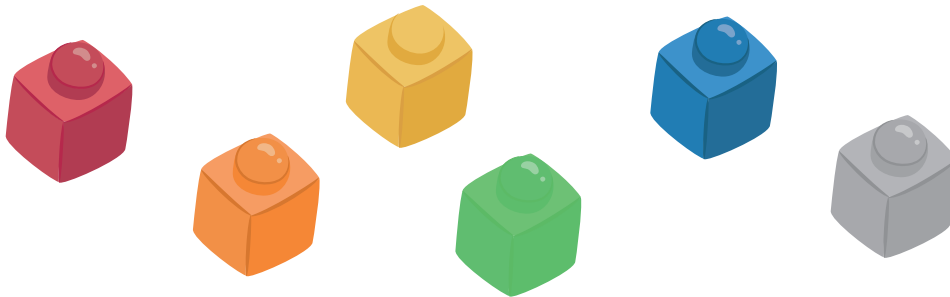
e) Zeigen Sie mit Hilfe einer Rechnung, dass die Stange FG den Parabelbogen berührt. [2 P.]

f) Berechnen Sie die Koordinaten des Berührungspunktes B . [1.5 P.]

Aufgabe 6. Kombinatorik & Wahrscheinlichkeit

(8 Punkte)

Eine Firma produziert identische Klemmbausteine in sechs verschiedenen Farben: rot, orange, gelb, grün, blau, grau.



- a) Von jeder Farbe wird ein Klemmbaustein genommen. Die genommenen Steine werden zu einem senkrechten Turm zusammengesteckt. Wie viele Möglichkeiten gibt es, einen solchen Turm zu bauen? [1 P.]
- b) Zwei rote und vier blaue Steine werden zu einem senkrechten Turm zusammengesteckt. Wie viele Möglichkeiten gibt es, einen solchen Turm zu bauen? [1.5 P.]
- c) Aida will einen Turm bestehend aus vier Steinen bauen. Auf wie viele Arten kann sie dies tun, wenn sie von jeder der sechs Farben so viele Steine nehmen könnte, wie sie will? [1 P.]
- d) Die Firma verpackt 18 Steine in eine Tüte. Von jeder der sechs Farben stehen unlimitiert viele Steine zur Verfügung. Wie viele verschiedene Tüten kann die Firma zusammenstellen? [1.5 P.]
- e) Frida hat eine Tüte, die von jeder der sechs Farben genau drei Steine enthält. Sie schenkt drei Kindern je einen Klemmbaustein. Dazu zieht sie zufällig drei Steine aus der Tüte.
 - e1) Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit, dass kein Kind einen gelben Stein bekommt. [1 P.]
 - e2) Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit, dass mindestens zwei Kinder einen roten Stein bekommen. [2 P.]