Mathematik Abschlussprüfung 2023 FMS Muttenz

Freitag, 12. Mai 2023 Examinatoren: ………………

Name Kandidatin/Kandidat: …………………………………………………… **Klasse:** …………

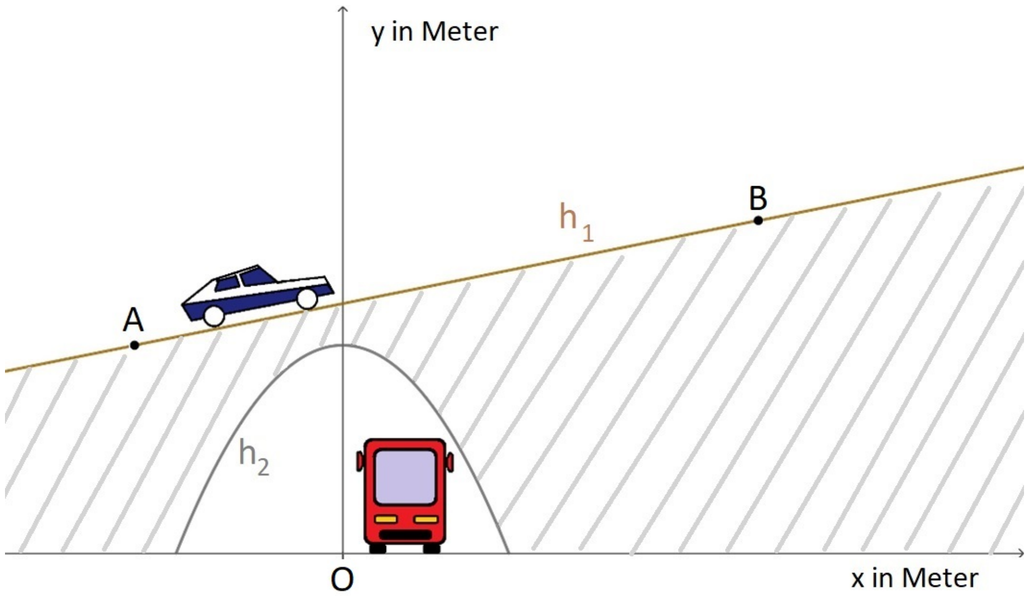
- Prüfungsdauer: 13:15 Uhr – 16:15 Uhr
- Achten Sie auf einen klaren, vollständigen und nachvollziehbaren Lösungsweg.
- Die Resultate sollen auf 2 Stellen nach dem Komma gerundet werden.
- Erlaubte Hilfsmittel: Taschenrechner (nicht programmierbar, kein CAS) und FMS-Formelsammlung.
- Verwenden Sie für jede der 6 Aufgaben ein neues Blatt.
- Maximale Punktzahl: 46
- Note $= \dfrac{\text{Punktsumme} \cdot 5}{42} + 1$ (auf eine ganze oder halbe Note gerundet)

Aufgabe	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**Total**
Erreichte Punkte							
Mögliche Punkte	8.5	7.5	9.5	4	7.5	9	46

Note: ……………

Aufgabe 1. Lineare und quadratische Funktionen (8.5 Punkte)

Eine geradlinige Bergstrasse führt von A nach B. Unter der Bergstrasse verläuft ein parabelförmiger Tunnel. Die Situation ist schematisch im untenstehenden Koordinatensystem festgehalten. Dabei ist O der Koordinatenursprung.



a) [2 P.] Berechnen Sie die Funktionsgleichung von h_1, wenn $A(-5 \mid 5)$ und $B(10 \mid 8)$ sind.

b) [0.5 P.] Ermitteln Sie die Steigung der Bergstrasse in %.

Der Tunnelbogen wird durch die Funktion h_2 beschrieben. Es gilt:

$$h_2: \quad y = -\frac{5}{16} \cdot x^2 + 5$$

c) [1.5 P.] Berechnen Sie die Breite des Tunnels auf Höhe der Fahrbahn.

d) [2.5 P.] Zwei 1.9 m breite und 3.2 m hohe Fahrzeuge fahren nebeneinander in einem Sicherheitsabstand von 50 cm durch den Tunnel. Können die Fahrzeuge jeweils einen waagrechten Mindestabstand von 30 cm zum Tunnelbogen einhalten? Begründen Sie Ihre Antwort mit einer Rechnung.

Der Verkehr hat in den letzten Jahren stark zugenommen, weshalb ein zweiter Tunnel auf gleicher Höhe rechts neben dem bestehenden gebaut wird. Die beiden Fahrbahnen haben einen horizontalen Abstand von 2 m. Der neue Tunnelbogen soll die gleiche Form wie der erste Bogen haben, aber an seiner breitesten Stelle 10 m betragen und an seiner höchsten Stelle 7.8 m hoch sein.

e) [2 P.] Bestimmen Sie die Funktionsgleichung, welche den neuen Tunnelbogen beschreibt.

Aufgabe 2. Stereometrie (7.5 Punkte)

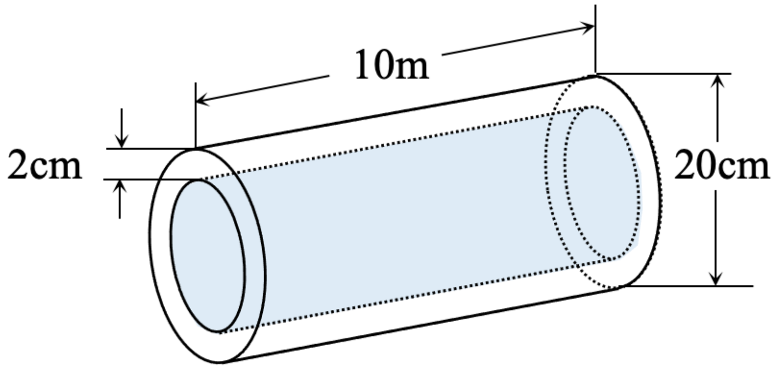
Ein Wasserrohr besitzt die Form eines geraden Hohlzylinders (siehe Figur 1).

a) [2.5 P.] Berechnen Sie die gesamte Oberfläche des Rohrs (innen wie aussen).

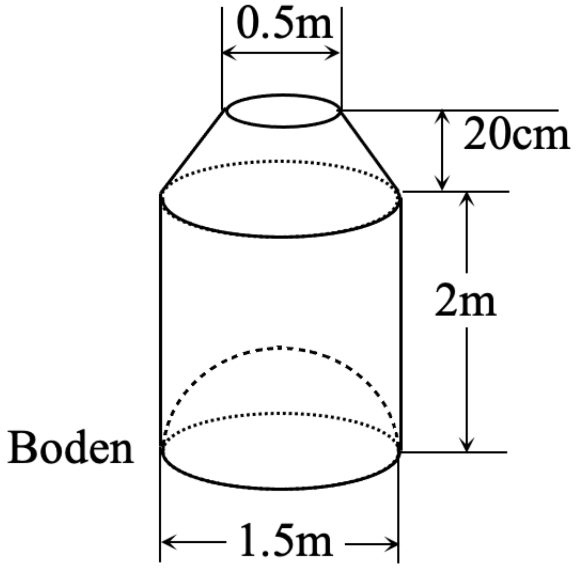
b) [1 P.] Durch das Rohr fliessen 160 Liter pro Sekunde. Wie viele m^3 sind das pro Stunde?

c) [1 P.] In ein quaderförmiges Becken mit quadratischer Grundfläche sind 600 m^3 zugeflossen. Dadurch steht das Wasser im Becken 3.5 m hoch. Wie lang sind die Grundkanten des Beckens?

d) [3 P.] Eine andere Wasserleitung füllt einen Tank (siehe Figur 2). Der Tank besteht aus einem Zylinder, in dessen Inneren sich am Boden eine halbkugelförmige Ausbuchtung befindet. Dem Zylinder ist ein Kegelstumpf aufgesetzt. Es fliessen 0.12 m^3 Wasser pro Sekunde in den Tank. Wie lange dauert es, bis der Tank vollständig gefüllt ist?



Figur 1



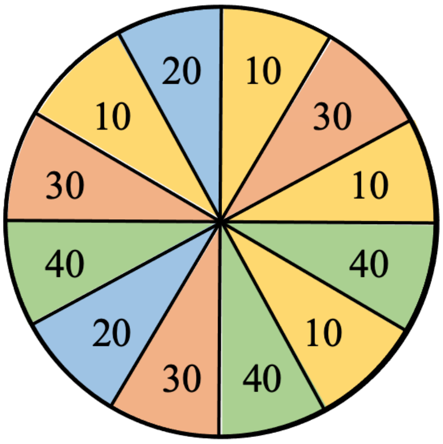
Figur 2

Aufgabe 3. Wahrscheinlichkeit und Kombinatorik (9.5 Punkte)

Gegeben sind 12 gleiche Kärtchen. Auf 4 Kärtchen steht die Zahl 10, auf 2 Kärtchen steht die Zahl 20, auf 3 Kärtchen steht die Zahl 30 und auf 3 Kärtchen steht die Zahl 40.

a) [1.5 P.] Auf wie viele Arten kann man die 12 Kärtchen nebeneinander in einer Reihe hinlegen?

Die 12 Kärtchen werden nun auf ein Glücksrad mit 12 gleich grossen Sektoren geklebt (siehe Figur 3).



Figur 3

b) [1 P.] Das Rad wird zweimal gedreht. Wie viele Möglichkeiten gibt es zwei verschiedene Zahlen oder zweimal die Zahl 10 zu erhalten?

c) [2 P.] Wie gross ist die Wahrscheinlichkeit, dass bei zweimaligem Drehen des Rades zwei verschiedene Zahlen erscheinen?

d) [3 P.] Wie gross ist die Wahrscheinlichkeit, dass bei dreimaligem Drehen die drei erscheinenden Zahlen die Summe 80 ergeben?

e) [2 P.] Wie gross ist die Wahrscheinlichkeit, dass bei dreimaligem Drehen mindestens zweimal die Zahl 10 erscheint?

Aufgabe 4. Wachstum und Zerfall (4 Punkte)

Zora trinkt morgens um 6 Uhr eine Tasse Grüntee, die 50 mg Koffein enthält. Sie nimmt an diesem Tag kein weiteres Koffein mehr zu sich. Ihr Körper baut stündlich 22 % der vorhandenen Koffeinmenge ab.

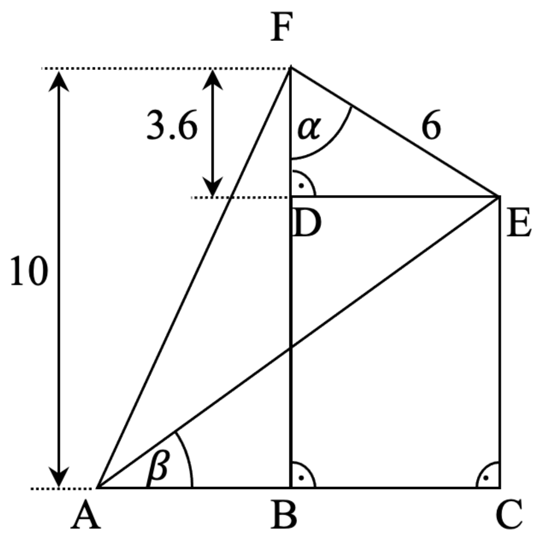
a) [1 P.] Die Koffeinmenge im Körper kann mit Hilfe einer Funktion der Form $y = a \cdot b^x$ beschrieben werden. Dabei bezeichnen x die Zeit in Stunden und y die Koffeinmenge im Körper. Begründen Sie, dass man $a = 50$ und $b = 0.78$ erhält.

b) [1 P.] Berechnen Sie, wie viel Koffein Zora um 10 Uhr noch im Körper hat.

c) [2 P.] Nach welcher Zeit befindet sich erstmals weniger als 1 mg Koffein in Zoras Körper? Geben Sie die verstrichene Zeit in ganzen Stunden an.

Aufgabe 5. Trigonometrie (7.5 Punkte)

Gegeben ist ein Viereck $ACEF$ mit den eingezeichneten Längen und $\beta = 40°$ (siehe Figur 4).



Figur 4

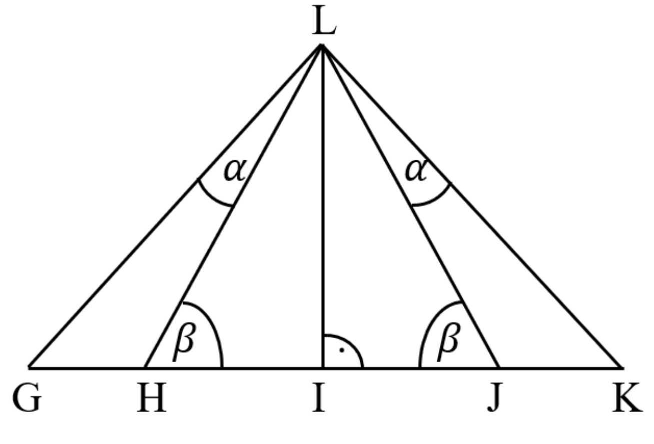
a) [1 P.] Berechnen Sie den Winkel α.

b) [2.5 P.] Berechnen Sie die Länge der Strecke $\overline{AB}$.

c) [1 P.] Der Punkt A wird nach links entlang der punktierten Linie verschoben. Berechnen Sie den neuen Abstand $\overline{AB}$, damit die Dreiecke ABF und DEF ähnlich sind.

Das in Figur 5 dargestellte gleichschenklige Dreieck GKL besitzt eine Basislänge von $\overline{GK} = 10cm$ und die Höhe $\overline{IL} = 6cm$. Ausserdem ist der Winkel $\alpha = 15°$.

d) [3 P.] Berechnen Sie die Länge $\overline{HL} = \overline{JL}$.



Figur 5

Aufgabe 6. Kurzaufgaben (9 Punkte)

a) [2 P.] Lösen Sie die folgende Gleichung.

$$2 \cdot x^2 - 3 \cdot x = 54$$

b) [1 P.] Der folgende Term kann zu einer Zahl vereinfacht werden. Berechnen Sie diese.

$$\log_c(c^5) - 2^{\log_c(c)}$$

c) [2 P.] Gegeben ist der Term $(k^7 \cdot m^{-5} \cdot n)^{-3}$. Kreuzen Sie genau die zwei Terme an, die zum gegebenen Term äquivalent sind. Für drei oder mehr gesetzte Kreuze gibt es 0 Punkte.

- ☐ $k^4 \cdot m^{-8} \cdot n^{-2}$
- ☐ $k^{-21} \cdot m^{-8} \cdot n^{-3}$
- ☐ $\dfrac{m^{15}}{k^{21} \cdot n^3}$
- ☐ $\left(\dfrac{k^7 \cdot n}{m^5}\right)^{-3}$

d) [1.5 P.] Eine Ameisenkolonie von 1.8 Millionen Individuen überquert ein Gewässer, indem Sie sich zu einer Flossform ineinander verhaken. Wie schwer wird das Floss, falls jede Ameise 10 mg wiegt? Angabe in g und in wissenschaftlicher Darstellung.

e) [2.5 P.] Lösen Sie das folgende Gleichungssystem.

$$\begin{aligned} 3 \cdot x - 5 \cdot y &= -9 \\ 8 \cdot x + 4 \cdot y - 15 &= 0 \end{aligned}$$